

Juan Musto
Max Lyon
Martin
Trautz
Leif Kobbelt

Beanspruchungsoptimierte Faltungen aus Stahl für selbsttragende Raumfaltwerke

Der Einsatz von Faltungen beschränkt sich im Bauwesen auf Longitudinalfaltungen (Trapezbleche) und regelmäßige Faltungen. Raumfaltwerke und Falteichtbauplatten, räumlich gekrümmte und dreidimensionale Flächentragwerke sind Desiderate eines Leichtbaus mit Stahlblechen. Raumfaltwerke bestehen vorwiegend aus regelmäßigen Faltmuster, die auf Tesselierung mit Primitivflächen (Drei- und Vierecke) basieren. Um die Effizienz dieser Leichtbaustrukturen zu verbessern, liegt es nahe, statt regelmäßige und auf geometrischen Prinzipien basierende Faltmuster umzusetzen, Faltmuster nach Maßgabe der Beanspruchungen bzw. der Beanspruchungsverteilung anzuwenden. Hierzu ist ein Formfindungsprozess zu entwickeln, der auf der Generierung eines Trajektoriennetzes basiert, das aus dem maßgeblichen Lastfall (formgebenden Lastfall) abgeleitet wird. Der Vergleich des Masseneinsatzes und der Traglast der Faltungen, die auf geometrischer Basis erzeugt wurden mit einer auf Basis des Trajektoriennetzes entwickelten Faltung zeigt die Veränderung der Effizienz.

Keywords: Leichtbau; Faltungen; Hauptspannungstrajektorien; Mixed-Integer Quadrangulation

Stress adapted steel folding's for self-supporting spatial structures: The use of folds in civil engineering is limited to longitudinal folds (trapezoidal sheets) and regular folds. Spatial folding structure and foldcoreplates, spatially curved and three-dimensional shell structures are desiderata of lightweight construction with steel sheets. Spatial fold structures consist mainly of regular folding patterns based on tessellation with primitive faces (triangles and squares). In order to improve the efficiency of these lightweight structures, it makes sense to use folding patterns in accordance with the stresses or stress distribution instead of regular folding patterns based on geometric principles. For this purpose a form finding process has to be developed, which is based on the generation of a trajectory mesh, which is derived from the formative load case. The comparison of the mass input and the load bearing capacity of the folds, which were generated on a geometric basis, with a fold developed on the basis of the trajectory mesh shows the change in efficiency.

Keywords lightweight-construction; foldings; principle stress trajectories; Mixed-Integer Quadrangulation

1 Einleitung

Palmenblätter, Insektenflügel, Schildkrötenpanzer - Die Natur macht sich bei all diesen Beispielen das Prinzip zunutze: Das Prinzip der Faltung. Faltungen sind äußerst effiziente Konstruktionsprinzipien, die sich durch ein hohes Tragvermögen im Vergleich zu ihrem Eigengewicht charakterisieren.

Im Leichtbau wird dieses Prinzip vor allem mit dünnwandigen ebenen Halbzeugen umgesetzt. Neben herkömmlichen axialen Longitudinalfaltungen in Form von Trapezblechen oder Wellblechen sind für zweiaxiale Tragverhalten Raumfaltwerke und Falteichtbauplatten (auch Sandwichplatten genannt) Repräsentanten dieses Konstruktionsprinzips,

zusammengesetzt aus einem Falkern und einer ober-/unterseitigen Decklage (1). Das günstige statische Tragverhalten von Faltkonstruktionen wird neben der Tatsache, dass die mechanischen Querschnittswerte durch das Auffalten eines ebenen Materials signifikant vergrößert werden, durch folgendes Phänomen verstärkt: Betrachtet man das Spannungsbild einer Faltkonstruktion, so fällt auf, dass die Spannungen überwiegend „gebündelt“ über die stabilisierenden Faltkanten abgetragen werden. Dies führt zu der Frage, ob die Effizienz einer Faltstruktur gesteigert werden kann, wenn von dieser Trageigenschaft Gebrauch gemacht wird und die Falten nach der Lastabtragsrichtung eines Systems ausgerichtet werden. Als zweilagige Struktur konzipiert lassen sich damit freitragende Konstruktion für ebene sowie beliebige Freiformflächen als optimiertes Leichtbausystem realisieren (vgl. **Bild 1**). Neue und innovative Herstellungsmethoden, wie beispielweise die „Inkrementelle Blechumformung“, erlauben es mittlerweile, auch Strukturen mit individuellen, geometrisch leicht unterschiedliche Bauteile zu fertigen (1). Auf diese Weise ist der Weg für eine wirtschaftliche Realisierung solcher Strukturen gelegt.

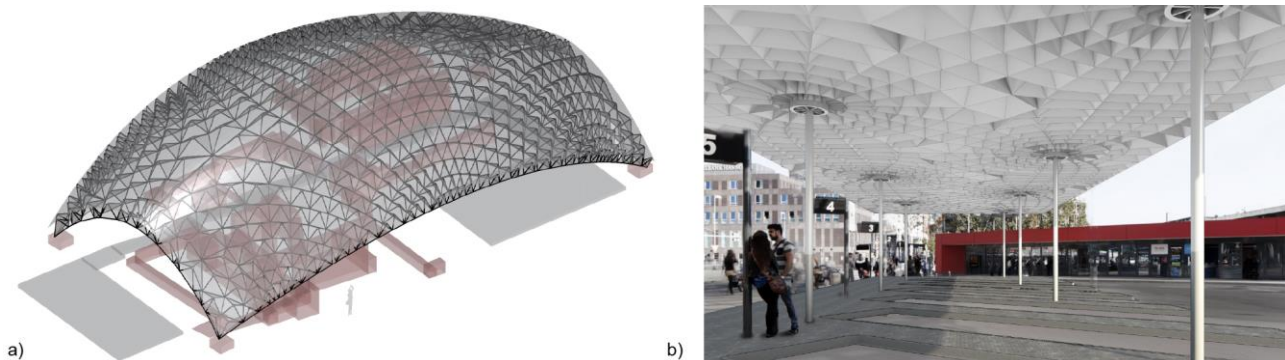


Bild 1 Animationen beanspruchungsorientierter Faltstrukturen: a) Überdachung der St. Antony-Hütte in Oberhausen b) Zentraler Omnibusbahnhof Hannover. Quelle: Kai Shoa (Abgabeleistung im Rahmen einer Lehrveranstaltung der Autoren)

Animations of stress-oriented crease structures: a) Roofing of the "St. Antony Hütte" in Oberhausen; b) Central bus station in Hannover.

Im Rahmen einer Parameterstudie am Lehrstuhl für Tragkonstruktionen (3) an einfachen plattenartigen Systemen wurde der Zusammenhang zwischen den statischen Eigenschaften und den Konstruktionsparametern von geometrisch gleichmäßigen (d. h. mit longitudinalen, pyramidalen und hexagonalen Faltungen) analysiert. Anknüpfend an diese Studie werden in der vorliegenden Arbeit freitragende, *beanspruchungsorientierte* Falten entworfen und analysiert.

Anhand mehrerer Systeme mit ebenen und gekrümmten Geometrien sowie unterschiedlichen Lagerungsarten soll durch eine Gegenüberstellung mit einem allein geometrisch begründeten Faltmuster die Frage nach dem Potential beanspruchungsorientierter Faltungen beantwortet werden.

2 Beanspruchungsorientierte Tragkonstruktionen

Erste Ansätze solcher beanspruchungsorientierten Konstruktionen gehen auf den Stahlbetonbau in den 1960er Jahren zurück. Pier Luigi Nervi konzipierte bei der Wollfabrik Gatti eine Rippendecke (5), bei der die Rippen nach den Hauptmomenten ausgerichtet sind (s. Bild 2a). Allerdings blieb es, der aufwändigen Bauweise (Schalung/Bewehrung) einer solchen Konstruktion geschuldet, nur bei Prototypen.

In Stahlbau handelt es sich bei realisierten Tragwerken eher um eine parametrische Strukturoptimierung, bei welcher einzelne Konstruktionsparameter (z. B. Höhe, Blechstärke, Achsabstände) mit dem Ziel der Materialminimierung mithilfe von genetischen Algorithmen iterativ berechnet werden und seltener um die geometrische Orientierung der Tragelemente nach vorher kalkulierten "Lastwegen" (vgl. Bild 2b). Untersuchungen von (5) an einer gekrümmten Gitterschale, deren Stäbe an den Hauptspannungsrichtungen ausgerichtet wurden, zeigten, dass die Mises-Spannungen infolgedessen um bis zu 40% reduziert werden konnten. Nach demselben Prinzip verfolgt die vorliegende Arbeit das Ziel, die

Haupttragelemente der Struktur, hier die Falten, geometrisch nach den Hauptspannungsrichtungen eines Systems auszurichten. Im Unterschied zu einer Ausrichtung von stabförmigen Tragelementen bildet eine Faltkonstruktion eine räumliche, entsprechend der Dicke hohe Schalenstruktur mit einem komplexen Tragverhalten, das, wie die Untersuchungen zeigen werden, entscheidenden Einfluss auf die strukturelle Optimierung ausübt. Darüber hinaus werden in dieser Untersuchung über die rein geometrische Ausrichtung Werkzeuge entwickelt, die eine möglichst hohe Materialausnutzung bzw. Effizienz der Struktur zum Ergebnis haben.



Bild 2 a) Wollfabrik Gatti, Rom von Pierre Luigi Nervi, 1951-1953. Quelle: (4); b) Überdachung Messe Frankfurt – Tor Nord, Ingo Schrader Architekt, Bollinger + Grohmann Ingenieure. Quelle: (6)

a) Wool factory Gatti, Rom by Pierre Luigi Nervi, 1951-1953. Source: (4). b) Roofing Frankfurt fair – North Gate, Ingo Schrader Architect, Bollinger + Grohmann Engineers. Source: (6)

3 Leitgedanke

Mit einer beanspruchungskonformen Ausrichtung der Falten wird der Ansatz verfolgt die Lasten auf direktem Wege entlang der „Lastpfade“ eines Systems zu den Auflagern zu leiten. Als Indikator der „Lastpfade“ dienen die Hauptbeanspruchungsrichtungen eines Querschnitts, gekennzeichnet durch die Spannungen bzw. deren Richtungen. Die strukturmechanischen Hauptbeanspruchungsrichtungen definieren sich dabei wie folgt:

Betrachtet man einen infinitesimal großen und beliebig orientierten Freischnitt eines zweidimensionalen Körpers, so lassen sich die freigeschnittenen Kräfte durch zwei Komponenten an jedem Rand beschreiben, einer Normalspannung σ und einer Schubspannung τ (Bild 3). Das Verhältnis beider Komponenten, der Schub- und der Normalspannung, wird durch die Schnitttrichtung bzw. den Winkel des Elements bestimmt. Als Hauptnormalspannungsrichtung wird der Winkel bezeichnet, der dazu führt, dass die Normalspannungen ihren Extremwert erreichen und die Schubspannungen zu Null werden. Unter diesem Winkel wird gewährleistet, dass die verzerrende Wirkung der Schubspannung entfällt und das freigeschnittene Element allein axial beansprucht wird (Bild 3). Werden die Hauptnormalspannungsrichtungen flächendeckend berechnet und zu Trajektorien verbunden, lässt sich der „Spannungsfluss“ bildlich darstellen (Bild 3).

4 Formfindung der beanspruchungsorientierten Faltstruktur

Im Kern der Arbeit steht die Formfindung der optimierten Faltstruktur, die sich im Wesentlichen in drei Kernprozesse gliedern lässt (vgl. Bild 4): Ausgehend von einer initialen Fläche, welche die Unterseite der geplanten Geometrie repräsentiert, erfolgt zunächst unter dem entsprechenden Lagerungs- und Belastungszustand eine flächendeckende Ermittlung der Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen mithilfe einer FEM-Berechnung. Diese Berechnung liefert die nötigen Informationen in Form von Tensorfeldern der Hauptspannungen und der Hauptspannungsrichtungen, mithilfe derer ein Trajektoriennetz berechnet wird, dessen Kanten entlang dieser Richtungen verlaufen (Kap. 4.2). Aus dem Trajektoriennetz wird anschließend in einem dreistufigem Konstruktionsprozess die Faltstruktur abgeleitet, indem die mithilfe dieses Trajektoriennetzes tesselierten Teilflächen punktförmig aufgefaltet werden, sodass die Grundkanten

der pyramidalen Falten den Trajektorienverlauf widerspiegeln. Den Abschluss bildet ein ebenes, gelenkig mit den Pyramidenstümpfen gefügtes Deckblech.

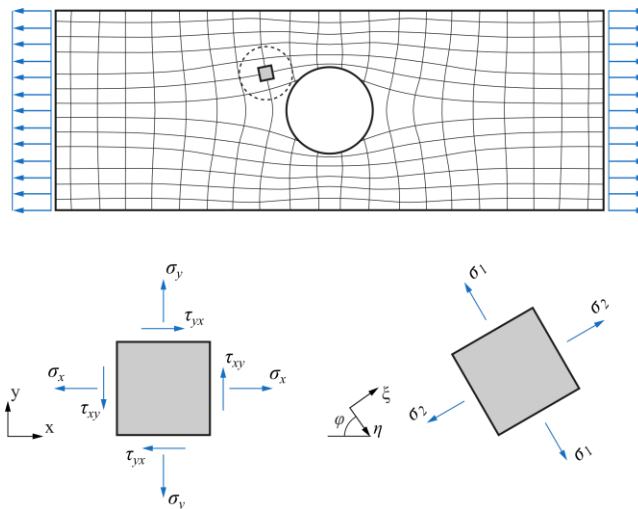


Bild 3 Spannungszustände eines infinitesimalen Freischnitts am Beispiel eines Zugelements mit Kreisausschnitt. a) Zugelement mit Visualisierung der Hauptspannungstrajektorien; b) Kräfte bei beliebiger Ausrichtung; c) Ausrichtung nach den Hauptnormalspannungsrichtungen. Quelle: (7)

Stress states of an infinitesimal free section using the example of a tensile element with a circular cut-out. a) tensile element with visualization of the principal stress trajectories; b) forces at random orientation; c) orientation according to the principal normal stress directions. Source: (7)

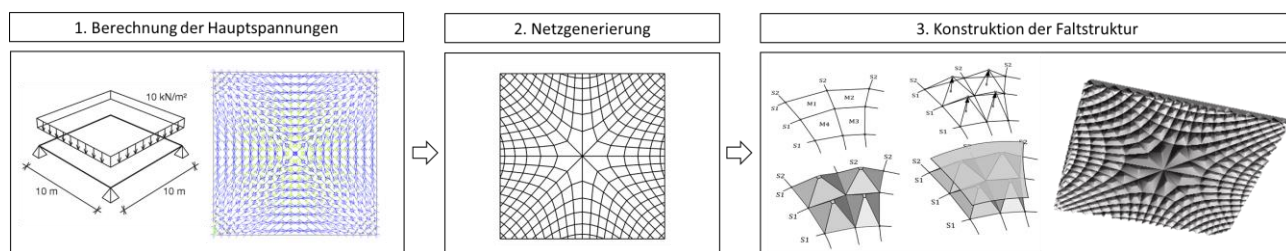


Bild 4: Prozess zur Konstruktion einer beanspruchungsorientierten Faltstruktur

Process for construction of a stress-oriented crease structure

4.1 Allgemeine Konfiguration und Tragverhalten der Faltstruktur

Um den Anforderungen an ein freitragendes Tragwerk gerecht zu werden, das heißt, eine zweiachsig abtragende und biegesteife Struktur ohne die Erfordernis einer Unterkonstruktion als Sekundärtragwerk zu konzipieren, ist mindestens ein zweilagiger Aufbau der in der Einleitung vorgestellten Faltstruktur notwendig (vgl. Bild 4). Voruntersuchungen im Rahmen dieser Arbeit sowie die Ergebnisse von Della Puppa und Trautz (3) zeigten, dass ein dreilagiger Aufbau, zusammengesetzt aus einem Faltkern in Verbindung mit einer ober- und unterseitigen Decklage zwar die Tragfähigkeit im Vergleich zu einem zweilagigen Aufbau erhöht, jedoch die Effizienz aufgrund des Massenzuwachses reduziert. Aufgrund dieser Tatsache beschränken sich die folgenden Ausarbeitungen auf einen zweilagigen Aufbau, bei dem die ebene Blechlage auf der lastzugewandten Seite angeordnet wird. Diese Konfiguration, mit dem tragenden ebenen Blechabschluss, ermöglicht der Struktur ein breites Anwendungsgebiet ohne einen zusätzlichen, statisch notwendigen Aufbau, da die sowohl als bauwerksinneres Plattensystem als auch als Bauwerksabschluss bzw. Gebäudehülle (z. B. als Überdachung oder Fassade mit beliebiger Geometrie) Anwendung finden kann.

Das Tragverhalten einer solchen Struktur lässt sich am besten mit dem Charakter eines Raumfachwerks vergleichen (vgl. Bild 5): Unter einer positiven Biegebeanspruchung resultieren die flächig wirkenden Druckkräfte in der Decklage und

die entgegengesetzten Zugkräfte in konzentrierter Form in den ausgerichteten Faltekanten auf der Unterseite. Im Gegensatz zu einer Stabstruktur wird die Querkraft nicht über Schubkräfte im Querschnitt, sondern in aufgelöster Form über Membranspannungen der beteiligten Teilflächen abgeleitet, während sich dabei ebenfalls das charakteristische Tragverhalten von Faltungen widerspiegelt, indem die Spannungen konzentriert über die Seitenkanten der Pyramide abgetragen werden.

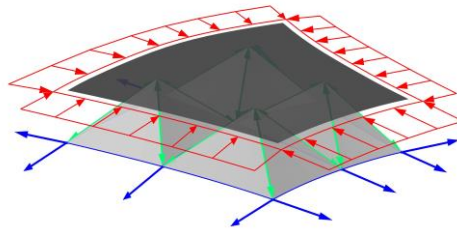


Bild 5 Tragverhalten der Faltstruktur unter positiver Biegebeanspruchung; blau=Zug, rot=Druck, grün=Schub
Load-bearing behavior of the crease structure under positive bending stress; blue=tension, red=pressure, green=shear

4.2 Netzgenerierung auf Basis der Hauptnormalspannungsrichtungen

Die Generierung des hauptspannungsorientierten Netzes basiert auf der Mixed-Integer Quadrangulation Methode (8). Zunächst wird die Eingabegeometrie durch Triangulation der Flächen als räumliches Netz nachgebildet. Jedem Dreieckselement dieses Netzes werden die zwei orthonormalen Hauptnormalspannungsrichtungen zugewiesen, die die Zielausrichtung des zu generierenden Netzes widerspiegeln (Bild 6a). Im nächsten Schritt werden die Dreiecke so in eine zweidimensionale Parameterdomäne abgebildet, dass die jeweiligen Zielrichtungen möglichst den beiden Standardbasisvektoren ([1,0] und [0,1]) entsprechen (Bild 6b). Das gesuchte Hauptspannungsnetz wird dann durch die inverse Projektion des regulären Integergitters auf die Eingabegeometrie erzeugt (Bild 6c).

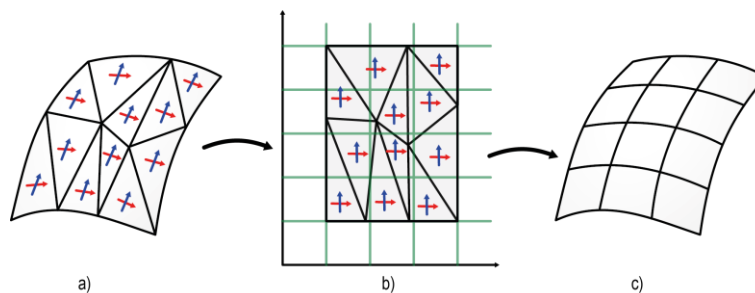


Bild 6 Netzgenerierung. a) Triangulierte Eingabegeometrie; b) Abbildung über eine zweidimensionale Parameterdomäne; c) inverse Projektion des Integergitters.
Mesh generation; a) triangulated input geometry; b) mapping over a two-dimensional parameter domain; c) inverse projection of the integer grid.

Bild 7 zeigt die resultierenden Hauptspannungsnetze der untersuchten Systeme (vgl. Bild 9).

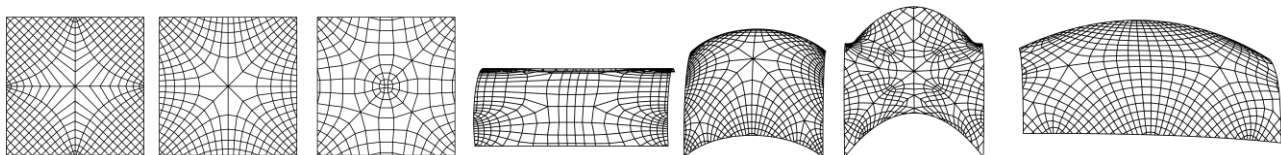


Bild 7 Hauptspannungsnetze der Systeme 1-7 (vgl. Bild 9).
Principal stress meshes of systems 1-7 (see Bild 9).

4.3 Netzverdichtung auf Basis der Hauptnormalspannungsgrößen

Die Intention einer möglichst homogenen Beanspruchung bzw. Materialausnutzung verlangte neben der rein geometrischen Ausrichtung nach den Hauptspannungsrichtungen auch die Inklusion der zugehörigen

Hauptspannungsgrößen, und dies aus folgendem Grund: Es lässt sich zwar häufig bei zunehmender Spannung eine gewisse Verdichtung der Trajektorien beobachten, allerdings kann das nicht als allgemeingültig angenommen werden (8), (9). Insbesondere im Bereich isotroper Punkte - Querkraftnullstellen ohne eindeutige Hauptspannungsrichtung - lässt sich oftmals genau das Gegenteil beobachten. Trajektorienabstände *und* Beanspruchungen nehmen in solch einem Fall beide zum isotropen Punkt hin zu, wie es beispielsweise in der Feldmitte der quadratischen Platte in Bild 8 der Fall ist. Ein Faltpattern, das diesem Netz folgt, führt zu einer entsprechend höheren Beanspruchung der Struktur in der verhältnismäßig minder materialisierten Feldmitte.

Der zum Entgegenwirken des Phänomens entwickelte Netzgenerierungsalgorithmus basiert auf einem spannungsbezogenen und iterativen Verdichtungsprozess des Ausgangsnetzes aus Kap. 4.2. Zunächst werden die resultierenden Kräfte aller Kanten des Ausgangsnetzes über das Integral der orthogonal dazu gerichteten Spannungen berechnet. In einem anschließenden iterativen Verfahren, bei dem die Ergebnisse als Faktor auf den minimal auftretenden Wert bezogen werden, erfolgt eine Netzverdichtung, indem durch Hinzufügen orthogonaler Kanten jene Kanten unterteilt werden, welche einen definierten Grenzwert überschreiten. Mit jeder Iteration reduziert sich damit das Niveau dieser Spannungsfaktoren und die Spannungsintegrale fallen entsprechend homogener aus. Als Beispiel sind in Bild 8 die positiven Auswirkungen der Verdichtung für das untersuchte System 2 dargestellt. Durch die Verdichtung reduziert sich in diesem Fall die Spannungssumme um rund 30%, bei einem Materialzuwachs von ca. 9%.

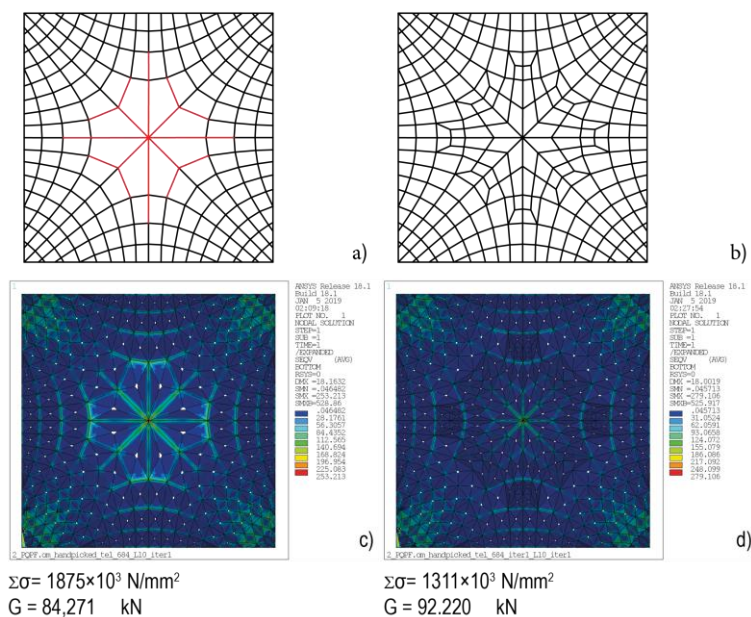


Bild 8 Netzverdichtung auf Grundlage der Spannungsgrößen. a) Ausgangsnetz mit Markierung der grenzwertüberschreitenden und zu unterteilenden Kanten; b) Ergebnis der Netzverdichtung; c) Spannungsplot (Mises) der Ausgangsstruktur und d) der verdichteten Struktur.

Mesh densification based on the stress values: a) Principal stress-aligned mesh with edges marked that exceed a threshold and need to be subdivided; b) result of mesh densification; c) stress plot (Mises) of the initial structure and d) the densified structure.

4.4 Berücksichtigung querkraftinduzierter Beanspruchungen

Im Gegensatz zu den in Kap. 1 genannten Konstruktionen aus Stahlbeton bzw. aus Stahl-Profilquerschnitten bewirken die Querkräfte, bedingt durch das in Kap. 4.1 beschriebene Tragverhalten, einen entscheidenden Anteil der Querschnittsbeanspruchung. Dieser Umstand hat zur Folge, dass ein Optimieren allein auf Basis der Hauptnormalspannungen die querkraftinduzierten Spannungen nicht einbezieht, sodass bei nicht koinzidenter Momenten- und Querkraftbeanspruchung eines räumlichen Systems die querkraftinduzierten Spannungen ausschlaggebend werden und die Effekte der Optimierung begrenzen. Allerdings erlauben es die mechanischen Gesetzmäßigkeiten der

Spannungstrajektorien nicht, den Trajektorienverlauf unter Berücksichtigung der Querkräfte derart zu beeinflussen, dass die Trajektorien zugleich auch noch die Hauptnormalspannungsrichtungen widerspiegeln (7). Die nächstliegende Lösung ist, die Zusatzbeanspruchungen aus der Querkraft über eine Adaption der Materialstärken der Pyramiden zu berücksichtigen.

Dieser auf *Normal- und Querkraft* basierende Optimierungsansatz wird für die querkraftintensiven Plattensysteme 1-3 als Ergänzung zu dem allein auf *Normalkraft* basierende Optimierungsansatz mit konstanter Blechstärke der Struktur angewandt.

5 Evaluierung der Faltstruktur

5.1 Grundlagen und Randbedingungen

Zur aussagekräftigen Validation der beanspruchungsorientierten Konstruktion soll ein möglichst breites Spektrum unterschiedlicher Geometrietypen und daraus folgenden statischen Beanspruchungsmustern abgedeckt werden (Bild 9). Die Systeme werden für die Gegenüberstellung zum einen als beanspruchungsorientierte Faltstruktur und zum anderen mit einer gleichmäßigen (bei ebenen und einfach gekrümmten Geometrien) bzw. regelmäßigen pyramidalen Faltstruktur (bei doppelgekrümmten Geometrien) konzipiert und analysiert.

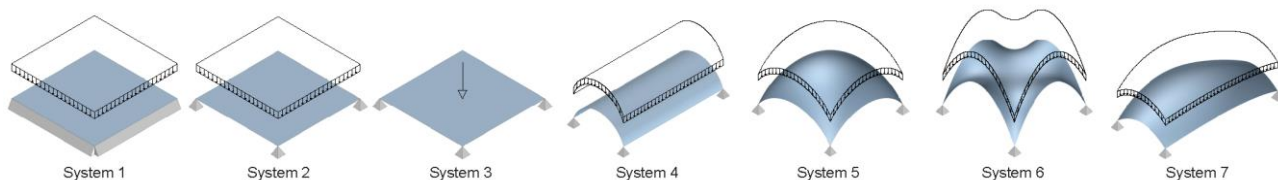


Bild 9 Darstellung der untersuchten Geometrien.

Overview of examined geometries.

Die Evaluierung wird auf Basis eines Traglastvergleiches vorgenommen. Wegen der Verschiedenheit in Struktur, Fläche sowie der Masse beider Strukturvarianten ist jedoch ein Traglastvergleich alleine wenig aufschlussreich. Als Bewertungskriterium bietet sich hier die Effizienz an, bei der die Tragfähigkeit in Relation zur Eigenlast der Konstruktion gemessen wird.

$$E = \frac{R_k}{G_k} \quad \text{mit: } G_k = \text{char. Traglast [kN]} \quad \text{und} \quad R_k = \text{char. Eigenlast [kN]}$$

Die Tragfähigkeit beider Faltstrukturen wird durch die Konstruktionshöhe, die Faltfrequenz sowie die Blechstärken der einzelnen Lagen bestimmt, und in gleicher Weise bemisst sich auch die Eigenlast der Konstruktion über diese Variablen. Während die Eigenlast jedoch mit allen Variablen linear korreliert, kann bezüglich der Tragfähigkeit kein mathematisch beschreibbarer Zusammenhang angenommen werden, insbesondere wenn Stabilitätsanalysen (Beulen) einbezogen werden. Erschwerend kommt hinzu, dass durch die strukturellen Differenzen beider Strukturen das Tragverhalten derart beeinflusst wird, dass ein direkter Vergleich beider Faltstrukturen mit gleichen Konstruktionsvariablen gehaltlos wird, denn die Ergebnisse einer Konfiguration können nicht als allgemeingültig angesehen werden.

Die Summe dieser komplexen Interaktionen erfordert für eine aussagekräftige Evaluierung eine umfangreiche Untersuchung beider Strukturen mit variierenden Konfigurationen, mit dem Ziel, die effizienteste Konstruktion herauszufiltern. Um die Bewertung nicht nur auf einzelne herausstechende Maximalwerte zu gründen, werden zu jedem System auch die drei höchsten Effizienten bzw. das arithmetische Mittel aus diesen ausgewertet. Dabei ist das Bewertungskriterium auf die Tragfähigkeit begrenzt, denn die Verformung ist als Gebrauchstauglichkeitskriterium zum

einen eine an den Nutzungsanforderungen ausgerichtete und veränderliche Größe und kann zum anderen durch entsprechende Bauausführungsmaßnahmen (z.B. Überhöhung) entschärft werden.

Mit dem oben beschriebenen Ziel der Maximalwertbestimmung lässt sich die bevorstehende Aufgabe als Suche nach derjenigen Parameterkonstellation beschreiben, die die effizienteste Konstruktion darstellt. In Anlehnung an Vorstudien im Rahmen dieser Arbeit sowie Untersuchungen in (3) werden Faltfrequenz und Faltungshöhe auf die in Tabelle 1 zusammengestellten relevanten Wertebereiche begrenzt und in fünf Abstufungen diskretisiert. Die Blechstärken sind mit Blick auf die derzeitigen Anwendungsgrenzen der IBU auf 4 mm für die Faltung und die doppelte Stärke von 8 mm für die Decklage begrenzt. Dieses Werte sind das Resultat von Berechnungen, die bei einem bei einem Blechstärkenverhältnis der Faltung zu Decklage von eins zu zwei ein günstiges Biegetragverhalten.

Tabelle 1: Wertebereiche der Konstruktionsvariablen

Value ranges of construction variables

Konstruktionsvariablen	System 1-3	System 4-7
Faltfrequenz	$l/10 \leq f \leq l/30$; $\Delta f=l/5$	$l/20 \leq f \leq l/80$; $\Delta f=l/20$
Faltungshöhe	$l/10 \leq h \leq l/30$; $\Delta h=l/5$	$l/20 \leq h \leq l/80$; $\Delta h=l/20$
Blechstärke Faltungen	$0,5\text{mm} \leq t_{\text{Faltung}} \leq 4,0\text{mm}$; $\Delta t=0,1\text{mm}$	
Blechstärke Decklage	$0,5\text{mm} \leq t_{\text{Faltung}} \leq 8,0\text{mm}$; $\Delta t=0,1\text{mm}$	

Die Systeme wurden mit *Ansys-Parametric-Design-Language* (APDL) in einem Schleifenverfahren nach Bild 10 berechnet, bei dem die zur Aufnahme der aufgetragenen Last erforderlichen Blechstärken für jede Kombinationsmöglichkeit der Konstruktionsvariablen Höhe h und Frequenz f über eine Spannungs- und Stabilitätsanalyse iterativ ermittelt werden.

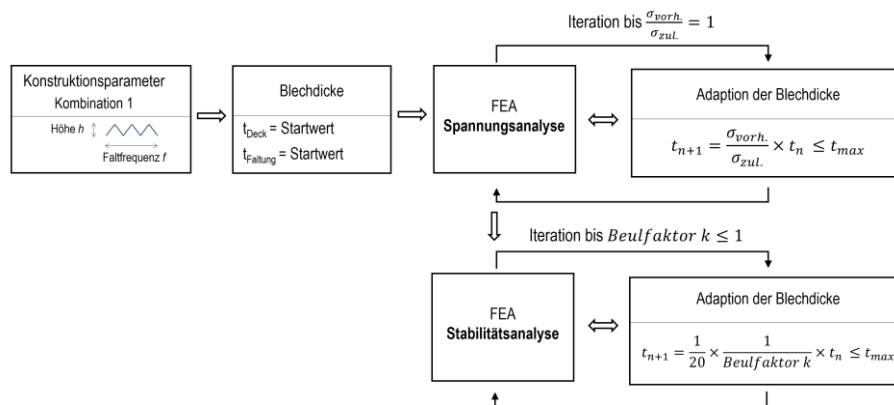


Bild 10 Ablaufschema der FEM-Analyse

Flow chart of FE-analysis

5.2 Ergebnisse

Die Berechnungsergebnisse der untersuchten Systeme 1-7 (vgl. Bild 9), als gleichmäßige/regelmäßige sowie optimierte Faltstruktur, sind in den beiden folgenden Abbildungen gegenübergestellt. Die Effizienz, die sich im Rahmen einer reinen Spannungsanalyse ergibt (Bild 11), und die Effizienz, die Stabilitätsversagen/Beulen (Bild 12) berücksichtigt, sind gesondert ausgewertet.

Vergleicht man zunächst einmal nur die Ergebnisse der Struktur mit konstanter Blechstärke, so schneiden die optimierten Strukturen, mit Ausnahme von System 1, sowohl bei der Spannungsanalyse als auch im Rahmen einer Stabilitätsanalyse mit einer Steigerung auf 140% bis 580% wesentlich effizienter ab. Bezüglich der Ergebnisse aus Spannungsanalyse (Bild 11) und Stabilitätsanalyse (Bild 12) kann, abgesehen von der zu erwartenden Tatsache, dass Traglast bzw. Effizienz im

Rahmen einer Beulanalyse sinken, keine bestimmte Gesetzmäßigkeit festgestellt werden. Neben den Einflussfaktoren der Konstruktionsvariablen bemisst sich die Tragfähigkeit der Struktur nach mehreren Versagenskriterien: 1. Spannung in den Faltungen, 2. Spannung in der Decklage, 3. globales Beulen, 4. lokales Beulen der Faltflächen, und 5. lokales Beulen der Decklage.

Die Resultate aus dem Ansatz mit differenziert adaptierten Materialstärken lassen erkennen, dass die Effizienz der Struktur durch eine Optimierung unter Einflussnahme der querkraftinduzierten Spannungen um einen Faktor von ca. 1,5 deutlich gesteigert werden kann. Hierzu ist zu ergänzen, dass das Potential dieses Ansatzes durch die Beschränkung der Blechstärken nicht in vollem Umfang vermittelt wird. Dies ist z. B. bei System 3 der Fall, bei dem die Beanspruchungen (aufgrund der hohen Belastung) eine Dimension erreichen, bei der eine entsprechende Anpassung der Blechstärken an der vorgegebenen Begrenzung scheitert.

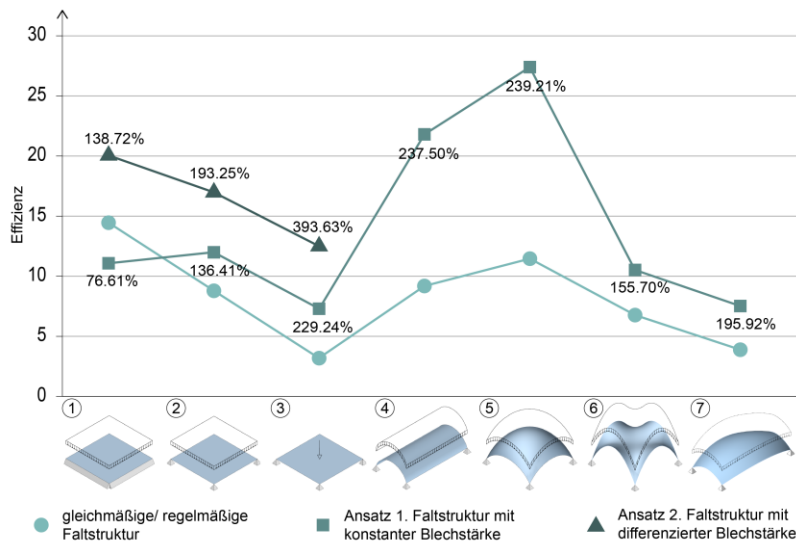


Bild 11 Arithmetische Mittelwerte der drei effizientesten Konfigurationen der Systeme bei einer **Spannungsanalyse**

Arithmetic mean values of the three most efficient configurations of the systems in a **stress analysis**

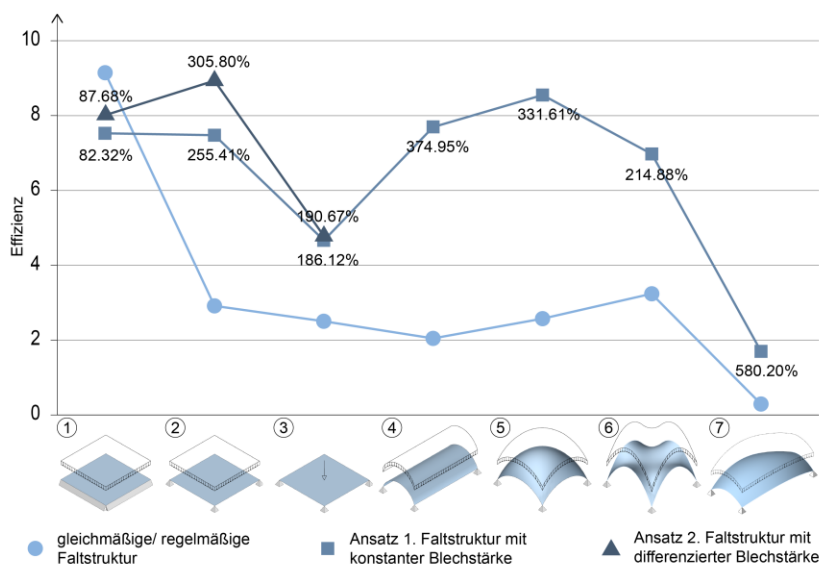


Bild 12 Arithmetische Mittelwerte der drei effizientesten Konfigurationen der Systeme bei einer **Beulanalyse**

Arithmetic mean values of the three most efficient configurations of the systems in a **buckling analysis**

Dass das System 1 bei einer gleichmäßigen Faltstruktur die effizientere der beiden Strukturvarianten darstellt, ist auf das

charakteristische Tragverhalten dieses Systems zurückzuführen. Eine flächig belastete und vierseitig gelagerte quadratische Platte besitzt durch die zusätzliche Lastabtragung über die Diagonale mindestens vier Haupttragachsen. Genauer betrachtet, stellt sich durch die steife Ecksituation ein kreisrunder Lagerungszustand ein, der der Platte theoretisch unendlich viele radiale Tragachsen ermöglichen. Diesem Zustand kommt eine quadratische, eng gerasterte Struktur am nächsten (vgl. Bild 13a). Anders verhalten sich Systeme mit einer konzentrierten Lastabtragung, beispielsweise das System 2 (Bild 13c+d). Das zugehörige Spannungsbild veranschaulicht deutlich, wie die Lasten bei der beanspruchungsorientierten Variante (Bild 13d) vorwiegend über die entsprechend ausgerichteten Falten - von der Plattenmitte über die diagonalen Tragachsen und nahe den Plattenrändern über die parallel zu diesen verlaufenden Tragachsen - zu den Ecklagern geleitet werden.

Dieses Phänomen konnte prinzipiell im Rahmen der Studie beobachtet werden: Je konzentrierter die Last eines Systems abgetragen wird, desto wirksamer und effizienter ist eine danach ausgerichtete Faltstruktur.

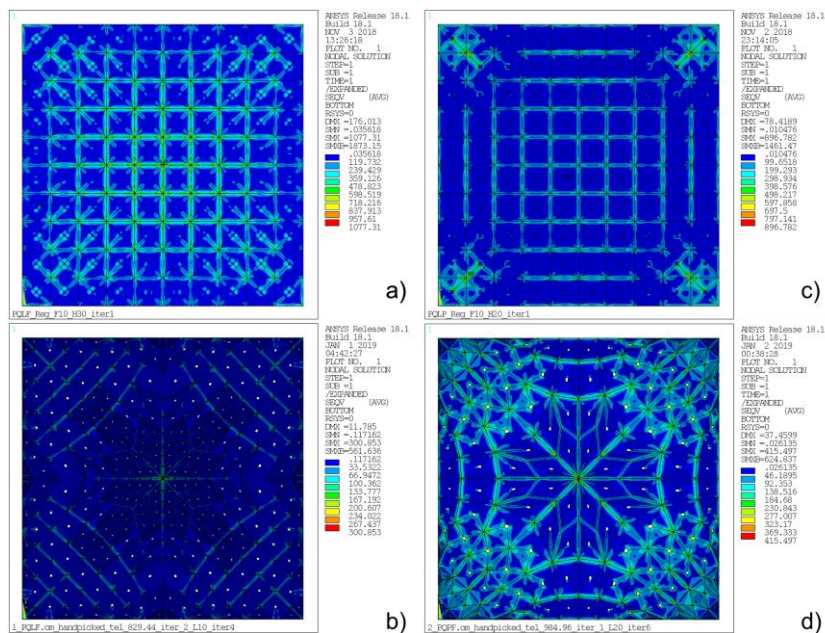


Bild 13 Plot der Mises-Spannungen: (a) System 1 – regelmäßig; (b) System 2 – regelmäßig; (c) System 1 – optimiert d) System 2 – optimiert.
 Plot of Mises-Stresses: (a) system 1- regular; (b) system 2 – regular; (c) system1- optimized d) system2 – optimized.

Zu den oben vorgestellten Ergebnissen sei noch erwähnt, dass diese die arithmetischen Mittelwerte der drei effizientesten Konfigurationen (in Bezug auf Falthöhe, Faltdichte und Materialstärke) wiedergeben. Eine Bewertung der Strukturen alleine auf Basis der höchst erzielbaren Effizienz zeigte nahezu identische Muster verglichen mit den Mittelwerten. Mit diesen beiden Vergleichen können ein einzelnes, mehr oder minder „zufällig“ herausragendes positives Ergebnis ausgeschlossen und die positiven Effekte der Optimierung als allgemein gültig gesehen werden.

Dennoch ist dies nicht gleichbedeutend damit, dass eine Beanspruchungsorientierung in jeder möglichen Gestaltungskonfiguration zwangsläufig effizienter ist. Eine beanspruchungsorientierte Faltstruktur erlaubt bei gezielter Ausführungskonfiguration eine, gemäß den vorgestellten Ergebnissen, effizientere Konstruktion.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Forschungsarbeit hatte zum Ziel, das Potential beanspruchungsorientierter Faltungen zu untersuchen, die, als mehrlagige freitragende Struktur konzipiert, einem breiten Anwendungsspektrum in der Architektur zugänglich gemacht werden soll.

Die Bewertung der Strukturen erfolgte auf Basis ihrer Effizienz, d. h. des Verhältnisses der Traglast zum Eigengewicht. Der Vergleich zeigte, dass die optimierten Konstruktionen mit Ausnahme eines Systems (quadratische, liniengelagerte Platte mit konstanter Flächenlast) um 40% bis 480% - also zum Teil wesentlich - effizienter ausfallen.

Diese Effizienzsteigerung begründet, dass der Einsatz beanspruchungsorientierter Faltungen in der Architektur ein beachtliches Potential aufweist. Die Untersuchungen zeigten, dass das Potential der Struktur gesteigert werden kann, wenn zu der rein geometrischen Ausrichtung auf Basis der Hauptspannungsrichtungen auch die Intensität der Hauptspannungen und vor allem die Querkräfte bei der Gestaltung Einfluss finden.

Die Herausforderung einer solchen Struktur besteht darin, diejenige Konfiguration zu ermitteln, die zur effizientesten Konstruktion führt. Eine umfangreiche Variantenstudie für jeden Anwendungsfall, wie sie im Rahmen dieser Forschungsarbeit durchgeführt wurde, ist aufgrund der Datenmengen und Rechenzeiten nicht praxisfreundlich. Hier könnten weitere Forschungen anknüpfen, indem beispielsweise Berechnungsansätze erarbeitet werden, mit denen sich die Konstruktionen überschlüssig dimensionieren lassen oder mithilfe von Ersatzsteifigkeiten als räumliches Stabtragwerk nachgebildet und bemessen werden können.

Weitere Forschungsansätze könnten sich mit der praktischen Umsetzung der Faltstrukturen befassen. Neben der Erarbeitung von praxistauglichen Fügungen bietet sich hier auch die immer häufiger eingesetzte 3D-Drucktechnik zur Herstellung der Strukturen an.

Literatur

1. **Herkrath, R. und Trautz, M.** Starre Faltungen als Leichtbauprinzip im Bauwesen. *Bautechnik*. 2011, Bd. 88, 2, S. 80-85.
2. **Trautz, Martin und Ayoubi, Mazen.** Das Prinzip des Faltens in Architektur und Ingenieurbau. *Bautechnik*. 2011, Bd. 88, S. 76-79.
3. **Della Puppa, Giovanni und Trautz, Martin.** *Effizienz von Leichtbauplatten - Forschungsbericht 04/2016*. Aachen : Shaker Verlag, 2016.
4. **Greco, Claudio.** *Pier Luigi Nervi: Von den ersten Patenten bis zur Ausstellungshalle in Turin 1917-1948*. [Hrsg.] Massimo Laffranchi und Heinz Wirz. s.l. : Quart Luzern, 2008.
5. **Dimčić, Miloš.** *Structural Optimization of Grid Shells*. [Hrsg.] Professor Dr.-Ing. Jan Knippers. Stuttgart : Institut für Tragkonstruktionen und Konstruktives Entwerfen, Universität Stuttgart, 2011.
6. **Ingo Schrader, Bollinger + Grohmann .** Ovaldach Messe Frankfurt – Tor Nord. *Detail Structure*. 2015, 1.
7. *The Potential of Stress oriented Foldings*. **Musto, Juan und Trautz , Martin.** St. Albans (UK) : Tarquin, 2018. Origami 7th. ; Proceedings from the 7th International Meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education. S. 1227-1241.
8. *Mixed-integer quadrangulation*. **Bommes, David, Zimmer, Henrik und Kobbelt, Leif.** New York : Hugues Hoppe, 2009.
9. **Wegner, Udo.** Über den Zusammenhang zwischen Strömungs- und Spannungsproblemen. [Buchverf.] R., A. Betz A. Hertwig et al. Grammel. *Ingenieur-Archiv*. s.l. : Springer Verlag, 1934, Bd. V., S. 449-469.
10. **Deutler, H. und Moufang, R.** Kritik des Kraftflußbegriffes. *Forschung im Ingenieurwesen*. s.l. : Springer Berlin Heidelberg, 1941, Bd. 12.

Autoren

Juan Musto, M.Sc.

RWTH Aachen

Lehrstuhl für Tragkonstruktionen (TRAKO)

Fakultät für Architektur

Schinkelstraße 1

D-52056 Aachen

musto@trako.arch.rwth-aachen.de

Max Lyon, M.Sc.

RWTH Aachen

Lehrstuhl für Informatik 8 (I8)

Ahornstraße 55

52074 Aachen

lyon@cs.rwth-aachen.de

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Trautz

RWTH Aachen

Lehrstuhl für Tragkonstruktionen (TRAKO)

Fakultät für Architektur

Schinkelstraße 1

D-52056 Aachen

trautz@trako.arch.rwth-aachen.de

Prof. Dr. Leif Kobbelt

RWTH Aachen

Lehrstuhl für Informatik 8 (I8)

Ahornstraße 55

52074 Aachen

sekretariat8@informatik.rwth-aachen.de

Dies ist die angenommene Version des folgenden Artikels:

“Beanspruchungsoptimierte Faltungen aus Stahl für selbsttragende Raumfaltwerke”,

die in endgültiger Form veröffentlicht wurde unter <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/bate.201900024>.

Dieser Artikel darf für nicht-gewerbliche Zwecke entsprechend der Wiley Selbstarchivierungs-Richtlinie verwendet werden [olabout.wiley.com/WileyCDA/Section/id-820227.html].